

Prof. Dr. Alfred Toth

Vollständige Arithmetik der qualitativen Topologie 35

1. Die qualitative Mathematik, die für die allgemeine Objekttheorie (Ontik) verwendet wird, ist nicht die "Mathematik der Qualitäten" von Günther, Kronthaler und Kaehr, welche die Basis der polykontexturalen Logik und Ontologie darstellt und wo Zahlen lediglich auf Grund der Schadach-Theoreme und der daraus abgeleiteten Belegungen von Leerformen (Kenogramme, in der Mehrzahl auch Morphogramme genannt) „qualitativ“ werden – ohne allerdings qualitativ zu sein, sondern die qualitative ontische Mathematik begreift als primäre Qualität den ontischen Ort ω , von dem jedes Objekt Ω vermöge der einfachen funktionalen Beziehung

$$\Omega = f(\omega)$$

abhängig ist. Wie in Toth (2015, 2016) gezeigt wurde, handelt es sich somit bei den qualitativen ontischen Zahlen um 2-dimensionale Zahlen, d.h. um Zahlen, die sowohl in dieser

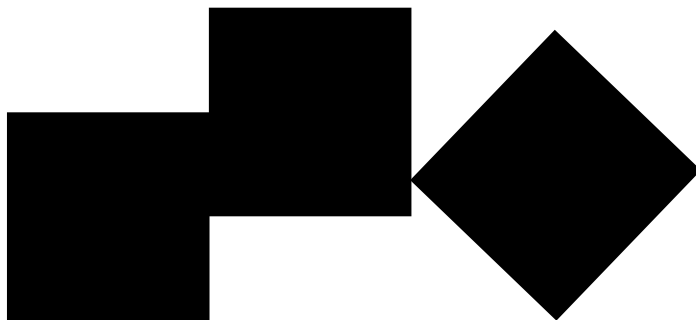
→, ←

als auch in dieser

↑, ↓

zählen können.

Während das Zählen in der horizontalen Richtung in genau drei Zählweisen auftreten kann, nämlich der adjazenten, der subjazenten und der transjazenten Zählweise, muß das Zählen in der vertikalen Richtung von den erst in Toth (2017) eingeführten topologischen Zahlen übernommen werden. Wenn wir uns also eine Häuserzeile modelltheoretisch vereinfacht wie folgt vorstellen



so finden wir von links nach rechts ein adjazentes, ein subjazentes und ein transjazentes System, aber von vorn nach hinten benötigen wir die ebenfalls in Toth (2016) eingeführte Randrelation

$$R^* = (Ad, Adj, Ex),$$

darin Ad die vor einem System S befindliche Umgebung U beschreibt, d.h. es ist

$$Ad = U(S),$$

darin Adj den Rand zwischen dem Außen und dem Innen von S beschreibt, d.h. es ist

$$Adj = R(U, S)$$

$$(\text{mit } R(U, S) \neq R(S, U))$$

und darin Ex das Innen von S beschreibt.

Zur Berechnung der R^* -Relation nützt aber die lineare qualitative Arithmetik nichts, es bedarf dazu der topologischen Zahlen. Deshalb kann jede der drei von Bense eingeführten raumsemiotischen Entitäten, d.h. iconisch fungierende Systeme, indexikalisch fungierende Abbildungen und symbolisch fungierende Repertoires (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80), mit Hilfe der im folgenden vollständig zu konstruierenden Arithmetik der topologischen Zahlen vollständig beschrieben werden. Im folgenden gehen wir so vor, daß wir

$$x = y$$

setzen. Dann ergeben sich, wie man leicht sieht, genau 60 arithmetische topologische Zahlen. Setzt man nämlich $x \neq y$ (wie dies sehr oft in der realen Ontik der Fall) ist, ergeben sich $(60 \text{ mal } 59) / 2 = 1770$ kombinatorisch mögliche arithmetische topologische Zahlen. Man sieht auf jeden Fall, wie mächtig die Kombination der horizontalen und der vertikalen qualitativen Zählweise der Ontik ist und wie präzise sie die reale Welt der Systeme, Abbildungen und Repertoires beschreiben kann – und übrigens ohne sie kategorial zu reduzieren, wie dies die Semiotik tut und auch ohne mittels Zeichenklassen und Realitätsthematiken die Welt zu verdoppeln, wie dies ebenfalls die Semiotik tut.

1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & \times & & \times & & \times & & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1
 \end{array}$$

2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i \\
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i \\
 & \times & & \times & & \times & & \\
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i \\
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i
 \end{array}$$

3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i \\
 \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 \\
 & \times & & \times & & \times & & \\
 \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 \\
 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & \emptyset_i & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_j & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & 0_1 \cup \emptyset \cup 1_1 & \emptyset_i
 \end{array}$$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016

Toth, Alfred, Topologische Zahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2017

2.1.2018